Universität Zürich UZH

Philosophisches Seminar

Einführung in die formale Logik I

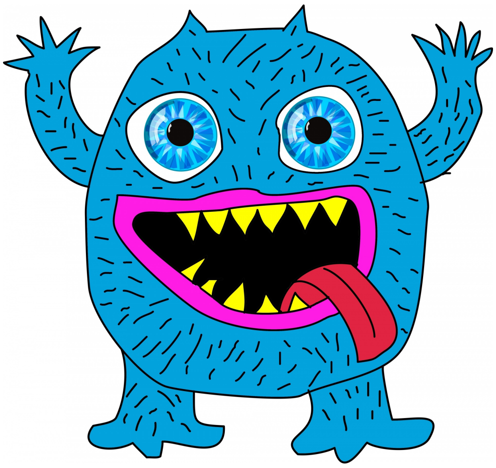
Frühjahrssemester 2019

Vorlesung 11

Prof. Dr. Katia Saporiti

MONSTERTUTORAT

Freitag, den 24. Mai 2019,
Raum: KO2- F-152
8.00 – 12.00 Uhr



Klausur

27.05.2019

12.15-13.45 Uhr

HAH-E-03

Bitte erscheinen Sie rechtzeitig, damit Sie pünktlich beginnen können,

und bringen Sie Ihren Studierendenausweis mit.

Es sind keine Hilfsmittel (Bücher, Folien, Aufzeichnungen etc.) zugelassen.

Bitte schreiben Sie nur auf den ausgeteilten Bögen

(auch Notizpapier wird zur Verfügung gestellt) und verwenden Sie keinen Bleistift!

Viel Erfolg!

Die Prädikatenlogische Struktur von Sätzen: Individuenkonstanten, ein- und mehrstellige Prädikate

	Beispielsatz	*Formel*	*Individuen-konstanten*	*Prädikatkonstanten*
1	Peter hat das Fest früh verlassen.	Pa	a: Peter	Px: x hat das Fest früh verlassen.
1b	Peter hat das Fest früh verlassen.	Pab	a: Peter b: das Fest	Pxy: x hat y früh verlassen.
2	Peter hat die Vorlesung früh verlassen.	Pa	a: Peter	Px: x hat die Vorlesung früh verlassen.
2b	Peter hat die Vorlesung früh verlassen.	Pab	a: Peter b: die Vorlesung	Pxy: x hat y früh verlassen.
3	Emil hat früh geheiratet.	Pa	a: Emil	Px: x hat früh geheiratet.
4	Karl hat früh aufgegeben.	Pa	a: Karl	Px: x hat früh aufgegeben.
5	Otto hat früh laufen gelernt.	Pa	a: Otto	Px: x hat früh Laufen gelernt.

	Beispielsatz	Formel	Individuen-konstanten	Prädikatkonstanten
6	Peter verließ das Fest.	Pa	a: Peter	Px: x verliess das Fest.
6b	Peter verließ das Fest.	Pab	a: Peter b: das Fest	Pxy: x verliess y.
7	Emil verließ das Haus.	Pa	a: Emil	Px: x verliess das Haus.
7b	Emil verließ das Haus.	Pab	a: Emil b: das Haus	Pxy: x verliess y.
8	Diejenigen, die das Fest verließen, gingen schwimmen.	$\forall x(Px \rightarrow Qx)$		Px: x verließ das Fest. Qx: x ging schwimmen.
8b	Diejenigen, die das Fest verließen, gingen schwimmen.	$\forall x(Pxa \rightarrow Qx)$	a: das Fest	Pxy: x verließ y. Qx: x ging schwimmen.
9	Diejenigen, die das Haus verließen, gingen essen.	$\forall x(Px \rightarrow Qx)$		Px: x verliess das Haus. Qx: x ging essen.
9b	Diejenigen, die das Haus verließen, gingen essen.	$\forall x(Pxa \rightarrow Qx)$	a: das Haus	Pxy: x verließ y. Qx: x ging essen.
10	Otto verließ Anne.	Pab	a: Otto b: Anne	Pxy: x verließ y.

	Beispielsatz	Formel	Individuen-konstanten	Prädikatkonstanten
11	Der (dieser) Elefant ist rosa.	Pa	a: der Elefant	Px: x ist rosa.
12	Der Tiger ist ein Raubtier.	$\forall x(Px \rightarrow Qx)$		Px: x ist ein Tiger. Qx: x ist ein Raubtier.
13	Der (dieser) Tiger heisst Emil.	Pa	a: der Tiger	Px: x heisst Emil.
14	Manche Menschen mögen Kaffee.	$\exists x(Px \land Qx)$		Px: x ist ein Mensch. Qx: x mag Kaffee.
15	Karla mag Anton, und Anton mag Otto.	$Pab \land Pbc$	a: Karla b: Anton c: Otto	Pxy: x mag y.

Mehrfaches Quantifizieren

	Beispielsatz	Formel	Prädikatkonstanten
16	Alles hat eine Ursache. (Nichts ist ohne Ursache)	$\forall x \exists y Pyx$	Pxy: x ist die Ursache von y.
17	Es gibt eine Ursache für alles. (Es gibt etwas, das ist die Ursache für alles.)	$\exists x \forall y Pxy$	Pxy: x ist die Ursache von y.
18	Jeder Mensch liebt einen Menschen.	$\forall x(Px \rightarrow \exists y(Py \wedge Qxy))$	Px: x ist ein Mensch. Qxy: x liebt y.
19	Es gibt einen Menschen, den alle Menschen lieben.	$\exists x(Px \wedge \forall y(Py \rightarrow Qyx))$	Px: x ist ein Mensch. Qxy: x liebt y.
20	Alle Notare besitzen ein Auto.	$\forall x(Px \rightarrow \exists y(Qy \wedge Rxy))$	Px: x ist ein Notar. Qx: x ist ein Auto. Rxy: x besitzt y.

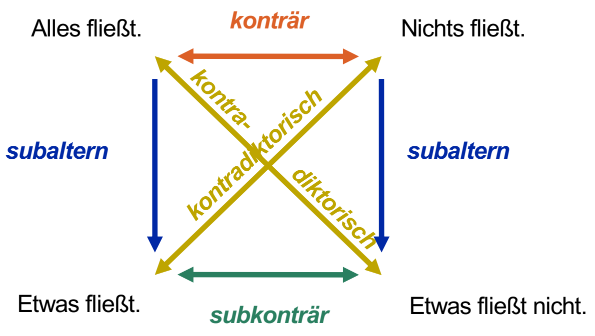
Konträre und kontradiktorische Gegensätze im logischen Quadrat

***Subaltern**: Aus Aussagen folgen ihre subalternen Aussagen, aber nicht umgekehrt.*

***Konträr**: Zwei konträre Aussagen können nicht beide wahr sein, aber sie können beide falsch sein.*

***Subkonträr**: Zwei subkonträre Aussagen können nicht beide falsch sein, aber sie können beide wahr sein.*

***Kontradiktorisch**: Von zwei kontradiktorischen Aussagen ist immer genau eine wahr (die andere falsch).*



Beispiel (1): $\{\forall x(Px \to Qx), \exists x(Px \wedge Rx)\} \Rightarrow \exists x(Qx \wedge Rx)$

(α-Formel)	1.	$\neg(\forall x(Px \to Qx) \wedge \exists x(Px \wedge Rx) \to \exists x(Qx \wedge Rx))$ ✓	(1.) Negation der Formel (NdF)
(α-Formel)	2.	$\forall x(Px \to Qx) \wedge \exists x(Px \wedge Rx)$ ✓	(2.) aus 1
(γ-Formel)	3.	$\neg\exists x(Qx \wedge Rx)$ ✓	(3.) ...
(γ-Formel)	4.	$\forall x(Px \to Qx)$ ✓	(4.) aus 2
(δ-Formel)	5.	$\exists x(Px \wedge Rx)$ ✓	(5.) ...
(α-Formel)	6.	$Pa \wedge Ra$ ✓	(6.) EB aus 5 „a" neu!
	7.	Pa	(7.) aus 6
	8.	Ra	(8.) ...
(β-Formel)	9.	$\neg(Qa \wedge Ra)$ ✓	(9.) AB aus 3
(β-Formel)	10.	$Pa \to Qa$ ✓	(10.) AB aus 4

11. $\neg Qa$ | $\neg Ra$ ✗ — (11.) aus 9

12. (under $\neg Qa$:) $\neg Pa$ ✗ | Qa ✗ — (12.) aus 10

Beispiel (2): $\vdash (\exists x Px \to \forall x Qx) \to \forall x(Px \to Qx)$

(α-Formel)	1.	$\neg((\exists x Px \to \forall x Qx) \to \forall x(Px \to Qx))$ ✓	NdF
(β-Formel)	2.	$\exists x Px \to \forall x Qx$ ✓	aus 1
(δ-Formel)	3.	$\neg\forall x(Px \to Qx)$ ✓	
(α-Formel)	4.	$\neg(Pa \to Qa)$ ✓	EB aus 3
	5.	Pa	aus 4
	6.	$\neg Qa$	

(γ-Formeln) 7. $\neg\exists x Px$ ✓ | $\forall x Qx$ ✓ — aus 2

8. $\neg Pa$ AB aus 7 ✗ | Qa AB aus 7 ✗

Beispiel (3): $\vdash \forall x(Px \rightarrow \exists yQxy) \rightarrow (\exists xPx \rightarrow \exists x \exists yQxy)$

(α-Formel) 1.	$\neg(\forall x(Px \rightarrow \exists xQxy) \rightarrow (\exists xPx \rightarrow \exists x \exists yQxy))$		✓	*1. NdF*
(γ-Formel) 2.	$\forall x(Px \rightarrow \exists yQxy)$		✓	*2. aus 1*
(α-Formel) 3.	$\neg(\exists xPx \rightarrow \exists x \exists yQxy)$		✓	*3. ...*
(δ-Formel) 4.	$\exists xPx$		✓	*4. aus 3*
(γ-Formel) 5.	$\neg \exists x \exists yQxy$		✓	*5. ...*
6.	Pa			*6. EB aus 4 (a“ neu!)*
(β-Formel) 7.	$Pa \rightarrow \exists yQay$		✓	*7. AB aus 2*
(rechts: δ-Formel) 8.	$\neg Pa$	$\exists yQay$	✓	*8. aus 7*
9.	✘	Qab		*9. EB aus 8 („b“ neu!)*
(rechts: γ-Formel) 10.		$\neg \exists yQay$		*10. AB aus 5*
		✘		

überflüssiger Schritt, den man auch hatte weglassen können

Fin